

اعداد تقریبی و تخمین

(بخش سوم)

مطالبی برای افزایش
دانش موضوعی ریاضی معلمان

در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی هستند که یا دانش آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی آن‌ها. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در هر شماره درباره‌ی یکی از آن‌ها صحبت می‌کنیم. قصد نداریم در اینجا روش تدریس بیان کنیم، بلکه آن را به عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی خواهیم کرد تا دانش موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن افزایش دهیم.

اغلب ما تصور می‌کنیم که ریاضیات، تنها به دست آوردن حاصل عبارت‌هایی است که تنها یک جواب مشخص دارند. این نوع نگاه به ریاضیات را به دانش آموزانمان نیز منتقل می‌کنیم. اما باید بدانیم که ریاضیات، علاوه بر محاسبات دقیق و عبارت‌ها، شامل موضوعات و مهارت‌های دیگری نیز می‌شود. یکی از این مهارت‌ها «تخمین» است. اگر کسی توانایی تخمین زدن داشته باشد، هم می‌تواند محاسبات را به صورت تقریبی و بدون استفاده از کاغذ و قلم انجام دهد، هم می‌تواند درستی یا نادرستی پاسخ یک مسئله را تشخیص دهد و هم از ارائه‌ی جواب‌های نامعقول به مسائل خودداری کند. به این ترتیب، توانایی تخمین زدن، هم می‌تواند برای ما، ابزاری برای یافتن جواب‌های تقریبی معقول و مناسب برای مسئله‌هایی باشد که جواب دقیق آن‌ها واقعاً مورد نیازمان نیست، و هم می‌تواند به عنوان یک ابزار فراشناختی برای کنترل خطاها مورد استفاده قرار گیرد. به این دلیل، و به دلیل دیگری که در مطالب دو شماره‌ی گذشته‌ی این مجله مطرح کرده‌ایم، تخمین و تقریب به عنوان یکی از استانداردهای فرایندی ریاضیات، در برنامه‌ی درسی ایران نیز مانند بسیاری از کشورها مورد توجه قرار گرفته است.

تخمین؛ چه موقع؟ کجا؟

پرسش‌های زیر را بخوانید. به پاسخ آن‌ها فکر کنید:

- شماره‌ی تلفن شما چند است؟
 - چند سال دارید؟
 - پول ناهار امروز چقدر می‌شود؟
 - چند خواهر و برادر دارید؟
 - شماره‌ی پلاک منزلتان چند است؟
 - دبستان شما چند دانش‌آموز دارد؟
 - چند ساعت در هفته تدریس می‌کنید؟
 - ساعت چند است؟
 - از مدرسه تا منزل شما چقدر راه است؟
 - فاصله‌ی شهر شما تا تهران چند کیلومتر است؟
 - برای کاشی کردن کف حمام منزلتان چند مترمربع کاشی نیاز دارید؟
 - وزن یک کیسه‌ی متوسط پیاز چند کیلوگرم است؟
 - در یک جعبه‌ی یک کیلوپی شیرینی خشک، چند عدد شیرینی هست؟
- هر روز و هر روز، با پرسش‌هایی مانند پرسش بالا، و پرسش‌های دیگری از این دست سروکار داریم. پاسخ همه‌ی آن‌ها یک عدد است، اما تفاوت‌هایی وجود دارد:
- پاسخ بعضی از پرسش‌ها یک عدد یا یک مقدار مشخص و دقیق است. مثلاً شماره‌ی تلفن یا تعداد خواهرها و برادرها، یا شماره‌ی پلاک منزل، یا تعداد ساعت تدریس در هفته.
 - پاسخ بعضی از پرسش‌ها، با وجود اینکه عدد مقدار دقیق و مشخصی دارد، ولی بیان آن نیاز نیست. مثلاً اینکه سن شما دقیقاً چند سال و چند ماه و چند روز و چند ساعت است، واقعاً به درد کسی نمی‌خورد. تنها می‌گوییم «من چهل و هفت ساله‌ام». یا در پاسخ به سؤال «ساعت چند است؟»، همین‌که به‌طور تقریبی بگوییم «ساعت یک ربع به ۱۰ است» کافی است و نیازی نیست خیلی دقیق بگوییم «ساعت ۹ و ۴۷ دقیقه و ۵۶ ثانیه است».
 - پاسخ دقیق بعضی از پرسش‌ها اساساً برای ما نامشخص است. مثلاً وزن دقیق یک کیسه‌ی متوسط پیاز، بستگی به نوع پیاز و چگونگی پر کردن کیسه دارد. یا تعداد شیرینی‌های خشک داخل یک جعبه‌ی یک کیلوپی نیز به نوع شیرینی، چگونگی چیدن شیرینی‌ها و مانند آن وابسته است. در این قبیل موارد، معمولاً برآوردی از مقدار مورد نظر بیان می‌کنیم. در واقع، با استفاده از تجربه‌هایمان یا میانگین گرفتن از اطلاعات یا محاسبات تخمینی، پاسخی برای این قبیل سؤالات به دست می‌آوریم. به این ترتیب، تخمین زدن با موضوعاتی مانند آمار و احتمال نیز بسیار مرتبط می‌شود.
- اکنون بار دیگر تک‌تک پرسش‌های بالا را مرور کنید و در هر مورد، نوع پاسخ را تعیین کنید. در مواردی که باید پاسخی تقریبی بیان کنید، سعی کنید تخمین مناسبی برای پاسخ بزنید.

تخمین در شمارش

یک مشت نخود بردارید و بدون شمردن، با نگاه به آن‌ها، تخمین بزنید چند نخود در دستتان است؟ ده‌تا؟ بیست‌تا؟ پنجاه‌تا؟ صد‌تا؟ یا بیشتر؟ حال سعی کنید بدون شمردن، هزار دانه عدس از یک کیسه عدس جدا کنید. یا تعداد کتاب‌های داخل یک کتاب‌خانه و یا تعداد دانش‌آموزان در حیاط مدرسه در برنامه‌ی صبحگاهی را بدون شمردن تخمین بزنید. همه‌ی این‌ها نمونه‌هایی از تخمین در شمارش است. می‌بینید که در کارهای روزمره، موارد زیادی هستند که شما در واقع تعداد چیزهایی را به‌صورت تخمینی برآورد می‌کنید. برای تعیین تعداد دانه‌های نخود در دستتان یا برای جدا کردن هزار تا دانه عدس باید درکی از بزرگی عددها داشته باشید و بزرگی عددهای پنجاه و صد و هزار را بشناسید.

تخمین در اندازه‌گیری

بدون اندازه‌گیری، مساحت کلاسی را که در آن تدریس می‌کنید تخمین بزنید یا مساحت حیاط مدرسه را، یا زمان نوشتن تکالیفی را که برای امروز تعیین کرده بودید تخمین بزنید. همه‌ی این‌ها نمونه‌هایی از تخمین زدن اندازه‌ها هستند؛ تخمین مساحت یا تخمین زمان. می‌دانید که ما چیزهای متفاوتی را اندازه می‌گیریم. طول، سطح، حجم، جرم (وزن) و زمان، کمیت‌هایی هستند که هر روز با آن‌ها سروکار داریم و در بسیاری موارد، باید بتوانیم بدون اندازه‌گیری، اندازه‌های مورد نظر را تخمین بزنیم. برای اینکه بتوانید به سؤال‌های بالا جواب دهید، و سطح کلاس یا مساحت حیاط مدرسه را تخمین بزنید، باید واحد اندازه‌گیری انتخاب کنید، بزرگی آن واحد را به خوبی بشناسید، شیوه‌ی محاسبه‌ی مساحت یک شکل (مثلاً اتاق مستطیلی یا حیاط دوزنقه شکل) را بدانید، و بالاخره، برای تخمین مساحت باید طول‌های لازم را تخمین بزنید. (مثلاً برای مساحت یک اتاق مستطیل شکل باید طول و عرض آن را تخمین بزنید. یا برای تخمین مساحت یک حیاط دوزنقه شکل، باید طول قاعده‌ها و ارتفاع آن را تخمین بزنید). بنابراین، باید درکی از بزرگی واحد طول (مثلاً متر) داشته باشید تا بتوانید مساحت‌ها را تخمین بزنید. همچنین، برای اینکه بتوانید انجام تکالیفی که برای امشب به دانش‌آموزانتان داده‌اید چقدر طول می‌کشد، باید تخمینی از سرعت نوشتن دانش‌آموزانتان، تسلط آن‌ها به موضوع نسبت به درجه‌ی سختی مسئله‌ها یا کارهایی که باید انجام بدهند و مواردی مانند این‌ها داشته باشید. این موارد با تجربه‌های شما از کلاس درس‌تان یا بازخوردهایی که از انجام تکالیف قبلی گرفته‌اید، به دست می‌آیند. اکنون که با مفاهیم مرتبط با تخمین بیشتر آشنا شده‌اید، این داستان را بخوانید و به سؤال آن فکر کنید.

انواع تخمین‌ها

تخمین سه نوع است:

۱. تخمین در محاسبات؛
۲. تخمین در شمارش؛
۳. تخمین در اندازه‌گیری.

در شماره‌ی چهارم مجله، درباره‌ی محاسبات تخمینی مطلبی نوشتیم. در شماره‌ی سوم مجله نیز با عددهای تقریبی و روش‌های تقریب زدن آشنا شدیم. عددهای تقریبی در محاسبات تخمینی استفاده می‌شوند. در مطلب پیش‌رو، درباره‌ی تخمین در شمارش و تخمین در اندازه‌گیری صحبت خواهیم کرد. توجه کنید، با وجود اینکه در کتاب‌های درسی ریاضی ابتدایی، موضوع تخمین و تقریب وارد شده است، ولی بیشتر تأکید مؤلفان این کتاب‌ها بر محاسبات تخمینی بوده است (به جدول طولی موضوعات مرتبط با تخمین و تقریب که در شماره‌ی چهارم مجله، در صفحه‌ی ۱۱ چاپ شده است، مراجعه کنید). ولیکن دو نوع تخمین دیگر نیز از اهمیت بسیار زیادی برخوردارند.

تخمین در شمارش درک عددی ما را بالا می‌برد. یعنی برای اینکه بتوانیم بدون انجام عمل «شمردن»، تعداد اشیاء را تخمین بزنیم و تعداد تخمینی ما به تعداد واقعی آن اشیاء نزدیک باشد، باید نسبت به عددها، بزرگی یا کوچکی آن‌ها، و ترتیب آن‌ها درک خوبی داشته باشیم. داشتن درک عددی در حل صحیح مسائل و اجتناب از جواب‌های نامعقول و پرت به ما کمک می‌کند. همچنین، در تخمین در اندازه‌گیری، علاوه بر داشتن درک عددی خوب، لازم است با واحدهای اندازه‌گیری، بزرگی واحدها، و ارتباط بین واحدها نیز به خوبی آشنا باشیم. به این ترتیب، با وجود اینکه به نظر می‌رسد تخمین زدن کاری نادقیق است و ساده، ولی توانایی تخمین‌های خوب و مناسب، به دانش و توانایی‌های عمیق بسیاری نیاز دارد.